ΕΞΟΡΘΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΚΤΕΑΣ ΥΛΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ – ΛΥΚΕΙΟΥ 2016 – 2017

Αλλαγές, Οδηγίες & Προτάσεις

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ: Βασικές αλλαγές ανά τάξη σε Γυμνάσιο – Λύκειο

Γιάννης Θωμαΐδης

Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

Κιλκίς, Λαγκαδά & Ωραιοκάστρου

Βασικές αλλαγές στη διδακτέα ύλη Α΄ Γυμνασίου

Στο κεφάλαιο 1 (Φυσικοί Αριθμοί) θα διδαχθούν μόνο οι ενότητες:

- **1.4 (Ευκλείδεια διαίρεση, Διαιρετότητα)**
- **1.5 (Χαρακτήρες διαιρετότητας, Μ.Κ.Δ. – Ε.Κ.Π. – Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων)**
- **Λεκτικά προβλήματα του βιβλίου.**

ΣΧΟΛΙΟ: Ένα σημαντικό ζήτημα που πρέπει να αξιολογηθεί από τους διδάσκοντες είναι η διάθεση χρόνου για τη διδασκαλία της προτεραιότητας των πράξεων.

Στις Οδηγίες προτείνονται για το σκοπό αυτό ορισμένες δραστηριότητες στα επόμενα κεφάλαια:

Υπολογίζοντας την αριθμητική παράσταση $\frac{1}{2}\cdot 2^2+1+3\cdot\frac{5}{2}$ **, το σωστό αποτέλεσμα είναι:**

α) 9,5 β) 10,5 γ) 12 δ) 15 ε) άλλο.

Στο κεφάλαιο 3 (Δεκαδικοί αριθμοί) θα διδαχθούν μόνο οι ενότητες:

- **3.1 (Δεκαδικά κλάσματα – Δεκαδικοί αριθμοί – Διάταξη δεκαδικών αριθμών – Στρογγυλοποίηση)**
- **3.3 (Υπολογισμοί με τη βοήθεια υπολογιστή τσέπης)**

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Ο κύριος στόχος της διδασκαλίας της παραγράφου 3.3 είναι ακριβώς η ανάδειξη της προτεραιότητας των πράξεων.

Στο κεφάλαιο 4 (Εξισώσεις και Προβλήματα) θα διδαχθεί μόνο η ενότητα:

- **4.1 (Η έννοια της εξίσωσης – Οι εξισώσεις: $\alpha + x = \beta$, $x - \alpha = \beta$, $\alpha - x = \beta$, $\alpha x = \beta$ και $x:\alpha = \beta$, χωρίς τις έννοιες της ταυτότητας και της αδύνατης εξίσωσης και χωρίς απομνημόνευση των λύσεων)**

Στο κεφάλαιο 7 (Θετικοί και Αρνητικοί Αριθμοί) δεν θα διδαχθούν οι δύο τελευταίες ενότητες:

- **7.9 (Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο)**
- **7.10 (Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών)**

ΣΧΟΛΙΟ: Οι ώρες διδασκαλίας του συγκεκριμένου κεφαλαίου διπλασιάζονται (29 έναντι 14)

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Μια πηγή δυσκολιών για τους μαθητές είναι η τριπλή σημασία του συμβόλου «–»:

- **ως πρόσημο (π.χ. στον αριθμό –2),**
- **ως δηλωτικό του αντίθετου (π.χ. στο – (–3) ή στο –α) και**
- **ως σύμβολο της αφαίρεσης (π.χ. στο 3 – 8).**

Είναι λοιπόν χρήσιμο να γίνει συζήτηση στην τάξη με στόχο την ανάπτυξη της ικανότητας χρήσης όλων αυτών των σημασιών και την ευχέρεια στην μετάβαση από τη μία σημασία στην άλλη.

Επειδή στην απαλοιφή των παρενθέσεων εμφανίζονται δυσκολίες, καλό είναι να δοθεί περισσότερος χρόνος για την κατανόησή της από τους μαθητές.

Μια αριθμητική ερμηνεία της απαλοιφής παρενθέσεων

$$10 – (7 – 5) = 10 – 2 = 8 \quad \text{ή} \quad 10 – (7 – 5) = 10 – 7 + 5 = 8$$

Μια γενική ερμηνεία της ισότητας α – (β – γ) = α – β + γ

Η αφαίρεση α – (β – γ) σημαίνει ότι το μέγεθος β – γ πρέπει να αφαιρεθεί από το μέγεθος α.

Γράφουμε αρχικά α – (β – γ) = α – β

Τότε όμως αφαιρούμε από το α το μέγεθος β, δηλαδή κάτι περισσότερο από αυτό που θέλαμε να αφαιρέσουμε.

Επειδή το β είναι μεγαλύτερο από το β – γ κατά το μέγεθος γ, θα πρέπει στο αποτέλεσμα να προσθέσουμε το γ.

Άρα η σωστή ισότητα είναι α – (β – γ) = α – β + γ

Στο κεφάλαιο 1 της Γεωμετρίας (Βασικές γεωμετρικές έννοιες) δεν θα διδαχθεί η προτελευταία ενότητα:

- **1.2 (Επίκεντρη γωνία – Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντίστοιχου τόξου – Μέτρηση τόξου)**

Στις Οδηγίες προτείνεται οι ορισμοί να προσεγγίζονται διαισθητικά από τους μαθητές, χωρίς να ζητείται τυπική διατύπωσή τους.

Αν διατυπώνονται ορισμοί, αυτό να γίνεται διερευνητικά και «κατασκευαστικά» από τους μαθητές, αφού πρώτα έχουν αναγνωρίσει τις ιδιότητες των αντίστοιχων γεωμετρικών αντικειμένων-εννοιών.

ΣΧΟΛΙΟ: Είναι αδικαιολόγητη η μείωση των ωρών διδασκαλίας του κεφαλαίου κατά 5, δεδομένης της τεράστιας ύλης (50 σελίδες) που περιλαμβάνει μεταξύ άλλων την πρώτη ουσιαστική επαφή των μαθητών με τους ορισμούς βασικών γεωμετρικών ορισμών (η διδασκαλία τους στο 2^{ο} κεφάλαιο της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στο Λύκειο δεν περιλαμβάνεται στη διδακτέα ύλη).

Ορισμός της έννοιας «κυρτό ευθύγραμμο σχήμα» στο βιβλίο της Α΄ Γυμνασίου (σ.154)

Τεθλασμένη γραμμή είναι το σχήμα που αποτελείται από διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα, τα οποία δεν βρίσκονται όλα στην ίδια ευθεία.

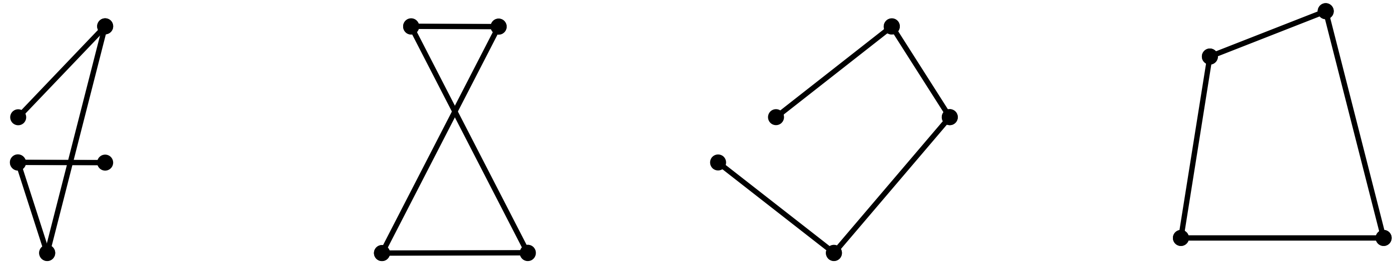
Ευθύγραμμο σχήμα ονομάζεται κάθε τεθλασμένη γραμμή της οποίας τα άκρα συμπίπτουν.

Μια τεθλασμένη γραμμή ονομάζεται κυρτή, όταν η προέκταση κάθε πλευράς της αφήνει όλες τις άλλες πλευρές στο ίδιο ημιεπίπεδο, διαφορετικά λέγεται μη κυρτή.

Μια δραστηριότητα για τον ορισμό της έννοιας «κυρτό τετράπλευρο»

Ο διδάσκων απευθύνει το ερώτημα «ποιος είναι ο ορισμός του τετραπλεύρου» και χρησιμοποιεί τις απαντήσεις των μαθητών για να τους καθοδηγήσει στη διατύπωση του ορισμού.

Στην πολύ πιθανή απάντηση «ένα σχήμα με τέσσερις πλευρές», παρουσιάζει διαδοχικά τα παρακάτω σχήματα και ζητά κάθε φορά από τους μαθητές να εντοπίσουν εκείνο το χαρακτηριστικό που δεν συνδέεται με την εικόνα που έχουν για την έννοια «τετράπλευρο».



Στη συνέχεια ακολουθεί συζήτηση για την ακριβή διατύπωση του ορισμού στο σχολικό βιβλίο

Βασικές αλλαγές στη διδακτέα ύλη Β΄ Γυμνασίου

Στο κεφάλαιο 1 (Εξισώσεις – Ανισώσεις) θα διδαχθούν οι ενότητες:

- **7.9 (Δυνάμεις ρητών αριθμών με εκθέτη ακέραιο)**
- **7.10 (Τυποποιημένη μορφή μεγάλων και μικρών αριθμών)**

από το βιβλίο της Α΄ Γυμνασίου και:

- **1.1 (Η έννοια της μεταβλητής – Αλγεβρικές παραστάσεις)**
- **1.2 (Εξισώσεις α΄ βαθμού)**
- **1.4 (Επίλυση προβλημάτων με τη χρήση εξισώσεων)**

Δεν θα διδαχθούν οι ενότητες:

- **1.3 (Επίλυση τύπων)**
- **1.5 (Ανισώσεις α΄ βαθμού)**

Στο κεφάλαιο 2 (Πραγματικοί αριθμοί) θα διδαχθούν οι ενότητες:

2.1 (Τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού) πριν το Πυθαγόρειο θεώρ.

2.2 (Άρρητοι αριθμοί – Πραγματικοί αριθμοί)

Στο κεφάλαιο 3 (Συναρτήσεις) δίνεται ιδιαίτερη έμφαση, επειδή η έννοια αυτή δεν θα διδαχθεί σε άλλη τάξη του Γυμνασίου.

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Παρά το γεγονός ότι οι μαθητές έχουν διδαχθεί τα ανάλογα και τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά στο Δημοτικό, η έννοια της συνάρτησης και οι πολλαπλές αναπαραστάσεις της (λεκτική διατύπωση, γραφική παράσταση, αλγεβρικός τύπος, πίνακας τιμών) δεν έχουν γίνει μέχρι τώρα αντικείμενο συστηματικής διαπραγμάτευσης.

ΣΧΟΛΙΟ: Ένας πολύ σημαντικός στόχος στο κεφάλαιο αυτό είναι να κατανοήσουν οι μαθητές τη διαφορά των εννοιών «άγνωστος», «εξαρτημένη – ανεξάρτητη μεταβλητή» και «παράμετρος». Πρόκειται για πολύ δύσκολο στόχο και θα επανέλθουμε στο Λύκειο)

Στο κεφάλαιο 2 της Γεωμετρίας (Τριγωνομετρία – Διανύσματα) θα διδαχθούν μόνο οι ενότητες:

- **2.1 (Εφαπτομένη οξείας γωνίας)**
- **2.2 (Ημίτονο και συνημίτονο οξείας γωνίας)**

ΣΧΟΛΙΟ: Η ενότητα 2.4 (Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών 30°, 45° και 60°) έχει αφαιρεθεί από τη διδακτέα ύλη αλλά προβλέπεται η διδασκαλία της στην Γ΄ Γυμνασίου.

Στο κεφάλαιο 3 (Μέτρηση κύκλου) θα διδαχθούν μόνο οι ενότητες:

3.1 (Εγγεγραμμένες γωνίες)

3.2 (Κανονικά πολύγωνα)

3.3 (Μήκος κύκλου)

3.5 (Εμβαδόν κυκλικού δίσκου)

Στο κεφάλαιο 4 (Γεωμετρικά στερεά – Μέτρηση στερεών) θα διδαχθούν μόνο οι ενότητες:

4.2 (Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου)

4.3 (Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου)

4.4 (Η πυραμίδα και τα στοιχεία της)

4.6 (Η σφαίρα και τα στοιχεία της)

ΣΧΟΛΙΟ: Η διδασκαλία του συγκεκριμένου κεφαλαίου κρίνεται πολύ σημαντική δεδομένου ότι οι μαθητές δεν θα έχουν άλλη δυνατότητα μελέτης των στερεών σχημάτων στη διάρκεια της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Σημειώνουμε επίσης ότι με τον τελευταίο εξορθολογισμό έχουν γίνει σημαντικές περικοπές στην ύλη της Ευκλείδειας Γεωμετρίας στη Β΄ Λυκείου, ώστε να εξοικονομηθούν ώρες για τη διδασκαλία του κεφαλαίου «Ευθείες και επίπεδα στο χώρο».

Βασικές αλλαγές στη διδακτέα ύλη Γ΄ Γυμνασίου

Στο πολύ σημαντικό κεφάλαιο 1 (Αλγεβρικές παραστάσεις) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

- **1.7 (Διαίρεση πολυωνύμων) η οποία διδάσκεται στην Β΄ Λυκείου.**

Στις ενότητες 1.5 (Αξιοσημείωτες ταυτότητες) και 1.6 (Παραγοντοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων) δεν διδαχθούν οι υποενότητες «Διαφορά κύβων – Άθροισμα κύβων» και «Παραγοντοποίηση τριωνύμου της μορφής $x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$»

ΣΧΟΛΙΟ: Η μηχανιστική εφαρμογή του τύπου

$$x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = (x + \alpha)(x + \beta)$$

οδηγούσε πολλούς μαθητές (ακόμη και στις πανελλαδικές εξετάσεις) σε παραγοντοποιήσεις του είδους:

$$x^2 - 4x + 3 = (x + 1)(x + 3) \; [\text{αντί} = (x - 1)(x - 3)]$$

Στο κεφάλαιο 2 (Εξισώσεις – Ανισώσεις) θα διδαχθούν μόνο οι ενότητες:

- **2.2 (Εξισώσεις δευτέρου βαθμού)**
- **2.3 (Προβλήματα εξισώσεων δευτέρου βαθμού)**
- **2.5 (Ανισότητες μ’ έναν άγνωστο)**

Η ενότητα 2.4 (Κλασματικές εξισώσεις) αφαιρείται επειδή εξισώσεις αυτού του είδους διδάσκονται στην Α΄ και Β΄ Λυκείου. (ΠΡΟΣΟΧΗ!!)

Στο κεφάλαιο 3 (Συστήματα γραμμικών εξισώσεων) δίνεται ιδιαίτερη έμφαση, επειδή η αντίστοιχη ενότητα έχει αφαιρεθεί από τη διδακτέα ύλη της Β΄ Λυκείου.

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Το περιεχόμενο του κεφαλαίου είναι εξολοκλήρου νέο για τους μαθητές. Γενικά για τα συστήματα προτείνεται: α) να χρησιμοποιούνται τόσο οι γραφικές όσο και οι αλγεβρικές μέθοδοι, β) να δίνεται έμφαση σε προβλήματα. Όλα τα παραπάνω (και όχι μόνο οι αλγεβρικές μέθοδοι) να αποτελούν αντικείμενο εξέτασης.

Στο κεφάλαιο 1 της Γεωμετρίας θα διδαχθούν μόνο οι ενότητες:

- **1.1 (Ισότητα τριγώνων)**
- **1.2 (Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων)**
- **1.5 (Ομοιότητα)**
- **1.6 (Λόγος εμβαδών ομοίων σχημάτων)**

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Η ενότητα 1.1 προσφέρεται για επαφή των μαθητών με πτυχές της μαθηματικής αποδεικτικής διαδικασίας (ευθεία απόδειξη, αναλυτική μέθοδος, αντιπαραδείγματα, απαγωγή σε άτοπο). Προτείνεται στο εισαγωγικό κομμάτι της ενότητας, πριν από την έννοια της ισότητας των τριγώνων, να γίνει επανάληψη των απαραίτητων γνώσεων που θα χρειαστούν (π.χ. οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες, οι παρά τη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες κτλ.)

ΣΧΟΛΙΟ: Είναι εφικτός στόχος η κατανόηση της αποδεικτικής διαδικασίας στην Γ΄ Γυμνασίου;

Κρίσιμα στοιχεία της αποδεικτικής διαδικασίας στη Γεωμετρία

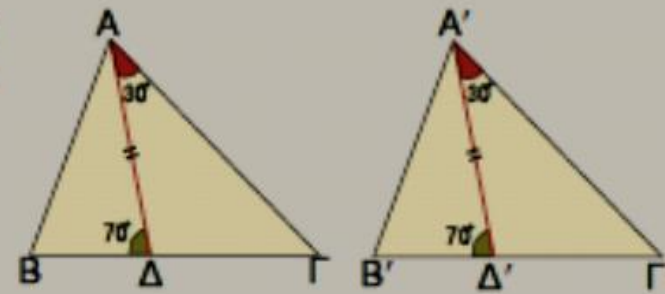
- Ικανότητα κατανόησης του κειμένου (εκφώνηση της πρότασης)
- Ικανότητα διάκρισης των δεδομένων από τα ζητούμενα
- Ικανότητα κατασκευής του σχήματος
- Ικανότητα συσχέτισης των δεδομένων με τα ζητούμενα
- Ικανότητα διατύπωσης αποδεικτικών συλλογισμών

Μερικά παραδείγματα προτεινόμενων ασκήσεων του σχολικού βιβλίου από την ενότητα «Ισότητα Τριγώνων»:

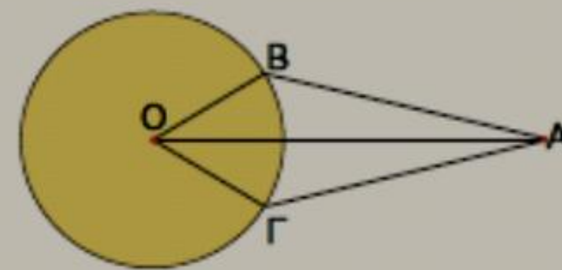
9 Τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α′Β′Γ′ του διπλανού σχήματος έχουν τις διχοτόμους ΑΔ και Α′Δ′ ίσες. Να αποδείξετε ότι:

α) ΑΒ = Α′Β′

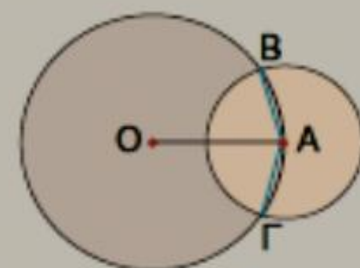
β) τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α′Β′Γ′ είναι ίσα.



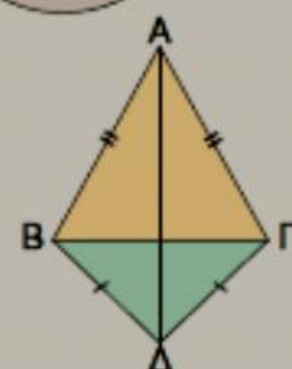
10 Στο διπλανό σχήμα το σημείο Α ισαπέχει από τα σημεία Β και Γ ενός κύκλου που έχει κέντρο το σημείο Ο. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα ΟΑΒ και ΟΑΓ είναι ίσα.



11 Αν Ο, Α είναι τα κέντρα των κύκλων του διπλανού σχήματος, να αποδείξετε ότι η ΑΟ διχοτομεί τη γωνία $B\widehat{A}\Gamma$.



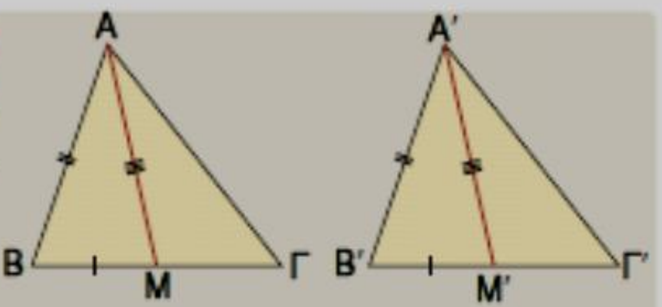
12 Τα ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ και ΔΒΓ του διπλανού σχήματος έχουν κοινή βάση ΒΓ. Να αποδείξετε ότι η ΑΔ διχοτομεί τις γωνίες $\widehat{A}$ και $\widehat{\Delta}$.



13 Στα τρίγωνα ΑΒΓ και Α′Β′Γ′ του διπλανού σχήματος οι διάμεσοι ΑΜ και Α′Μ′ είναι ίσες. Αν ΑΒ = Α′Β′ και ΒΜ = Β′Μ′, τότε να αποδείξετε ότι:

α) $\widehat{B} = \widehat{B}'$.

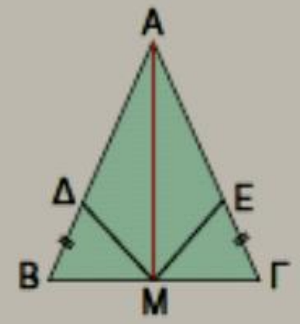
β) τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α′Β′Γ′ είναι ίσα.



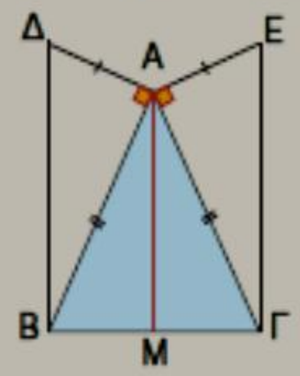
14 Στο ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ το σημείο Μ είναι μέσο της βάσης ΒΓ. Αν είναι ΒΔ = ΓΕ, να αποδείξετε ότι:

α) το τρίγωνο ΜΔΕ είναι ισοσκελές

β) τα τρίγωνα ΑΔΜ και ΑΕΜ είναι ίσα.

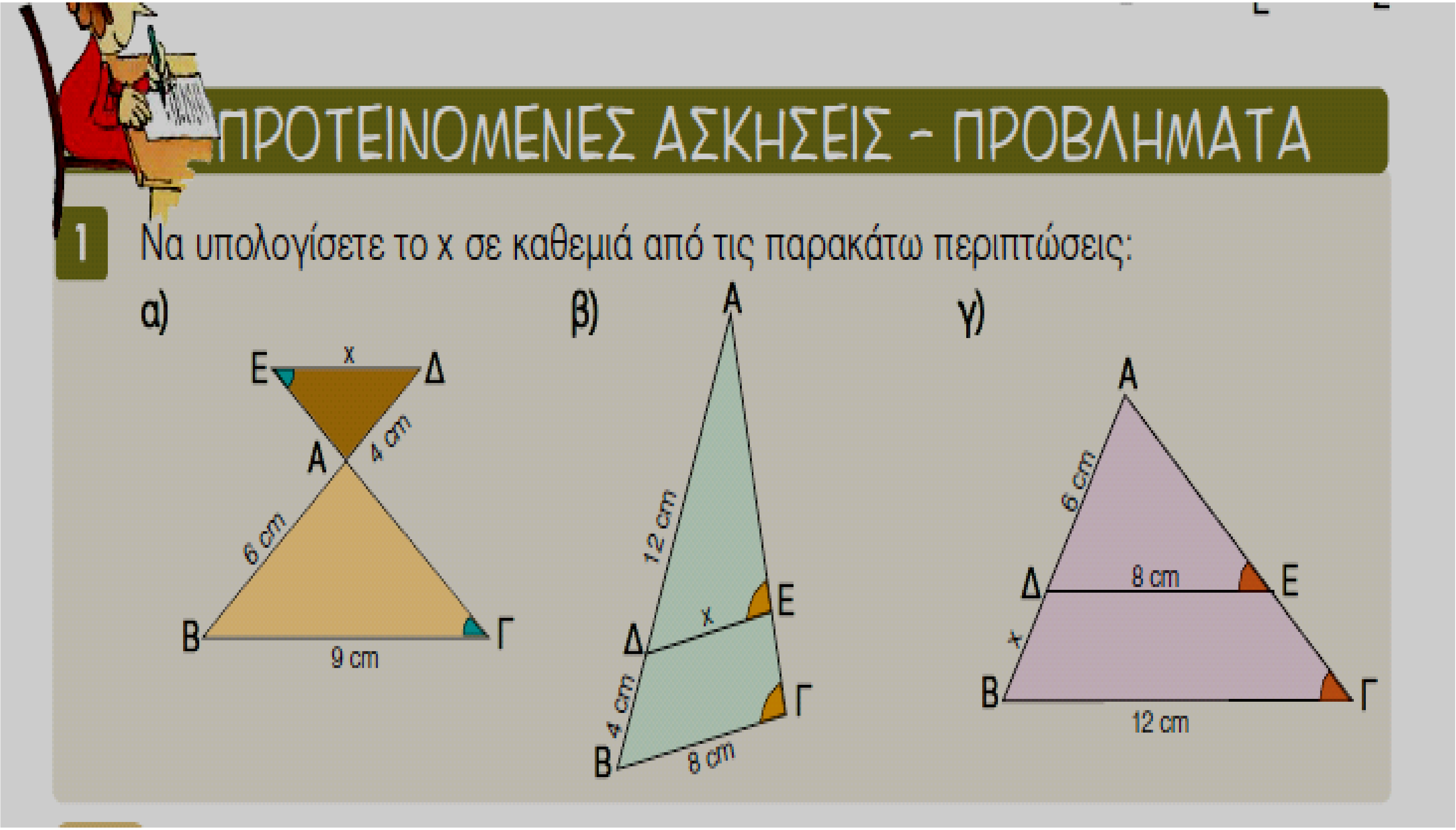


15 Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ = ΑΓ) να φέρετε ΑΔ ⊥ ΑΒ και ΑΕ ⊥ ΑΓ. Αν είναι ΑΔ = ΑΕ, να αποδείξετε ότι ΒΔ = ΓΕ.



Μια ερώτηση κρίσεως: Τι παρατηρείτε;

Τρεις ασκήσεις από την ενότητα «Όμοια Τρίγωνα»



Μια άλλη ερώτηση κρίσεως: Τι παρατηρείτε;

Στο κεφάλαιο 2 (Τριγωνομετρία) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

- **2.4 (Νόμος των ημιτόνων – Νόμος των συνημιτόνων)**

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Ως σύνδεση με την τριγωνομετρία της προηγούμενης τάξης, οι μαθητές υπολογίζουν τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30^o, 45^o και 60^o.

ΣΧΟΛΙΟ: Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια επέκταση του ορισμού των τριγωνομετρικών αριθμών, από το ορθογώνιο τρίγωνο σε ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων, έτσι ώστε να ορίζονται και οι τριγωνομετρικοί αριθμοί μιας αμβλείας γωνίας.

Αν ο χρόνος δεν επαρκεί, η επέκταση των τριγωνομετρικών αριθμών στις αμβλείες γωνίες μπορεί να γίνει μέσω των σχέσεων

$$\eta\mu(180 - \theta) = \eta\mu\theta,\ \sigma\upsilon\nu(180 - \theta) = -\sigma\upsilon\nu\theta \quad \text{και}$$

$$\varepsilon\varphi(180^{\circ} - \theta) = \frac{\eta\mu(180^{\circ} - \theta)}{\sigma\upsilon\nu(180^{\circ} - \theta)} = \frac{\eta\mu\theta}{-\sigma\upsilon\nu\theta} = -\varepsilon\varphi\theta$$

Βασικές αλλαγές στη διδακτέα ύλη Α΄ Λυκείου

Στο κεφάλαιο 2 της Άλγεβρας (Οι Πραγματικοί Αριθμοί) δεν θα διδαχθούν οι αποδείξεις των ιδιοτήτων:

- **2.2 (4) Για <u>θετικούς</u> αριθμούς α, β και <u>θετικό ακέραιο</u> ν ισχύει η ισοδυναμία $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^{\nu} > \beta^{\nu}$**

- **2.4 (3 & 4)** $\sqrt[\mu]{\sqrt[\nu]{\alpha}} = \sqrt[\mu\nu]{\alpha}$ **και** $\sqrt[\nu\rho]{\alpha^{\mu\rho}} = \sqrt[\nu]{\alpha^{\mu}}$

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Στο κεφάλαιο αυτό οι μαθητές επαναλαμβάνουν και εμβαθύνουν στις ιδιότητες του συνόλου των πραγματικών αριθμών με στόχο να βελτιώσουν την κατανόηση της δομής του. Η επανάληψη και περαιτέρω εξάσκηση των μαθητών στον αλγεβρικό λογισμό (αλγεβρικές πράξεις, παραγοντοποίηση, ταυτότητες κ.λπ.) δεν αποτελεί τον κύριο στόχο αυτού του κεφαλαίου.

ΣΧΟΛΙΟ: Αυτή η οδηγία δεν φαίνεται να λαμβάνει υπόψη τα ερευνητικά δεδομένα και τις πραγματικές συνθήκες ως προς το γνωστικό υπόβαθρο της μεγάλης πλειοψηφίας των αποφοίτων του Γυμνασίου στον αλγεβρικό λογισμό, γεγονός που επιδρά καταλυτικά στις διδακτικές πρακτικές των εκπαιδευτικών της Α΄ Λυκείου (το ζήτημα εξετάζεται αναλυτικά παρακάτω).

Στο κεφάλαιο 4 (Ανισώσεις) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

- **4.3 Ανισώσεις Γινόμενο και Ανισώσεις Πηλίκο**

Στο κεφάλαιο 5 (Πρόοδοι) δεν θα διδαχθούν οι υποπαράγραφοι:

- **Άθροισμα ν διαδοχικών όρων αριθμητικής προόδου**
- **Άθροισμα ν διαδοχικών όρων γεωμετρικής προόδου**

και η ενότητα:

- **5.4 Ανατοκισμός – Ίσες καταθέσεις**

Στο κεφάλαιο 6 (Βασικές έννοιες συναρτήσεων) δεν θα διδαχθούν οι υποπαράγραφοι:

- **Απόσταση σημείων**
- **Η κλίση ευθείας ως λόγος μεταβολής**

και οι ενότητες:

- **6.4 Κατακόρυφη – Οριζόντια μετατόπιση Καμπύλης**
- **6.5 Μονοτονία – Ακρότατα – Συμμετρίες Συνάρτησης**

Στο κεφάλαιο 7 (Βασικές έννοιες συναρτήσεων) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

- **7.2 Μελέτη της συνάρτησης** $f(x)=\frac{\alpha}{x}$

Στις Οδηγίες αναφέρεται ότι: Οι μαθητές, στο Γυμνάσιο, έχουν έρθει σε επαφή με την έννοια της συνάρτησης, κυρίως με εμπειρικό τρόπο, και έχουν διερευνήσει στοιχειωδώς συγκεκριμένες συναρτήσεις. Στην Α’ Λυκείου μελετούν την έννοια της συνάρτησης με πιο συστηματικό και τυπικό τρόπο.

Σε πολλούς μαθητές δημιουργούνται παρανοήσεις και ελλιπείς εικόνες σχετικά με την έννοια αυτή, με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν προβλήματα στην αναγνώριση μιας συνάρτησης, καθώς και να μη μπορούν να χειριστούν με ευελιξία διαφορετικές αναπαραστάσεις της ίδιας συνάρτησης (π.χ. πίνακας τιμών, αλγεβρικός τύπος, γραφική παράσταση).

Για το λόγο αυτό θα πρέπει οι μαθητές, μέσω κατάλληλων δραστηριοτήτων, να χρησιμοποιούν, να συνδέουν και να ερμηνεύουν τις αναπαραστάσεις μιας συνάρτησης καθώς και να εντοπίζουν πλεονεκτήματα και (ενδεχομένως)μειονεκτήματα καθεμιάς εξ αυτών.

Η εξαντλητική ενασχόληση των μαθητών με επίλυση εξισώσεων και ανισώσεων για την εύρεση του πεδίου ορισμού δεν βοηθά στην κατανόηση της έννοιας της συνάρτησης και δεν είναι στο πνεύμα της διδασκαλίας.

Στην Ευκλείδεια Γεωμετρία της Α΄ Λυκείου αφαιρούνται από τη διδακτέα ύλη:

- **Το κεφάλαιο 2 (Τα βασικά γεωμετρικά σχήματα)**

Στο κεφάλαιο 3 (Τρίγωνα) δεν θα διδαχθούν οι ενότητες:

- **3.8 (Κεντρική συμμετρία)**
- **3.9 (Αξονική συμμετρία)**

και οι αποδείξεις των επόμενων προτάσεων:

- **1ο, 2ο και 3ο κριτήριο ισότητας τριγώνων**
- **Από σημείο εκτός ευθείας διέρχεται μοναδική κάθετος στην ευθεία**
- **1ο και 2ο κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων**
- **Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μεγαλύτερη από καθεμία από τις απέναντι γωνίες του τριγώνου**
- **Σε κάθε τρίγωνο απέναντι από άνισες πλευρές βρίσκονται όμοια άνισες γωνίες και αντίστροφα**

- **Κάθε πλευρά τριγώνου είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων και μεγαλύτερη από τη διαφορά τους**
- **Αν από σημείο εκτός ευθείας φέρουμε το κάθετο και δύο πλάγια ευθύγραμμα τμήματα τότε: (i) Το κάθετο τμήμα είναι μικρότερο από κάθε πλάγιο. (ii) Αν δύο πλάγια τμήματα είναι άνισα, τότε και οι αποστάσεις των ιχνών τους από το ίχνος της κάθετης είναι ομοιοτρόπως άνισες και αντίστροφα**
- **Μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν το πολύ δύο κοινά σημεία**

Στο κεφάλαιο 4 (Παράλληλες ευθείες) δεν θα διδαχθούν οι ενότητες:

- **4.3 (Κατασκευή παράλληλης ευθείας)**
- **4.7 (Γωνίες με πλευρές κάθετες)**

και οι αποδείξεις των επόμενων προτάσεων:

- **Δύο ευθείες κάθετες στην ίδια ευθεία, σε διαφορετικά σημεία της, είναι μεταξύ τους παράλληλες**

- **Αν δύο παράλληλες ευθείες τέμνονται από τρίτη, σχηματίζουν τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες**
- **Αν δύο διαφορετικές ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες προς μία τρίτη ευθεία ε, τότε είναι και μεταξύ τους παράλληλες**
- **Αν δύο ευθείες $ε_1$ και $ε_2$ είναι παράλληλες και μία τρίτη ευθεία τέμνει τη μία από αυτές, τότε η ε θα τέμνει και την άλλη**
- **Αν δύο ευθείες τεμνόμενες από τρίτη σχηματίζουν τις εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες με άθροισμα μικρότερο από 2 ορθές, τότε οι ευθείες τέμνονται προς το μέρος της τέμνουσας που βρίσκονται οι γωνίες**
- **Οι διχοτόμοι των γωνιών ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο, το οποίο είναι κέντρο κύκλου που εφάπτεται και στις πλευρές του τριγώνου**
- **Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών κυρτού ν – γώνου είναι 4 ορθές**

Στο κεφάλαιο 5 (Παραλληλόγραμμα – Τραπέζια) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

- **5.12 (Αξιοσημείωτες ευθείες και κύκλοι τριγώνου)**

και οι αποδείξεις των επόμενων προτάσεων:

- **Αν τρεις (τουλάχιστον) παράλληλες ευθείες ορίζουν σε μία ευθεία ίσα τμήματα, θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε κάθε άλλη ευθεία που τις τέμνει**
- **Οι διάμεσοι ενός τριγώνου διέρχονται από το ίδιο σημείο του οποίου η απόσταση από κάθε κορυφή είναι το 2/3 του μήκους της αντίστοιχης διαμέσου**
- **Οι κορυφές Α, Β, Γ τριγώνου ΑΒΓ και το ορθόκεντρό του Η αποτελούν ορθοκεντρική τετράδα, δηλαδή κάθε ένα από αυτά τα σημεία είναι το ορθόκεντρο του τριγώνου, που ορίζεται από τα άλλα τρία σημεία**

Στο κεφάλαιο 6 (Εγγεγραμμένα σχήματα) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

6.7 (Γεωμετρικοί τόποι και γεωμετρικές κατασκευές με τη βοήθεια γεωμετρικών τόπων)

και οι αποδείξεις των επόμενων προτάσεων:

- **Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ισούται με το μισό της επίκεντρης γωνίας που βαίνει στο ίδιο τόξο**
- **Η γωνία που σχηματίζεται από μία χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την εγγεγραμμένη που βαίνει στο τόξο της χορδής.**
- **Ένα τετράπλευρο είναι εγγράψιμο σε κύκλο, αν ισχύει μία από τις ακόλουθες προτάσεις:**

i) Δύο απέναντι γωνίες του είναι παραπληρωματικές

ii) Μία πλευρά του φαίνεται από τις απέναντι κορυφές υπό ίσες γωνίες

iii) Μία εξωτερική του γωνία ισούται με την απέναντι εσωτερική γωνία του τετραπλεύρου

Βασικές αλλαγές στη διδακτέα ύλη Β΄ Λυκείου

Στο κεφάλαιο 1 της Άλγεβρας (Συστήματα) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

1.1 (Γραμμικά συστήματα)

Στο κεφάλαιο 3 (Τριγωνομετρία) δεν θα διδαχθούν οι ενότητες:

- 3.8 (Μετασχηματισμοί Τριγωνομετρικών Παραστάσεων)
- 3.9 (Συνάρτηση f(x) = αημx + βσυνx)
- 3.10 (Επίλυση τριγώνου)

και οι αποδείξεις των τύπων:

$$\text{συν}^2\omega = \frac{1}{1+\text{εφ}^2\omega} \quad \text{και} \quad \text{ημ}^2\omega = \frac{\text{εφ}^2\omega}{1+\text{εφ}^2\omega}$$

$$\text{συν}(\alpha-\beta) = \text{συνασυνβ} + \text{ημαημβ} \qquad \text{κ.λπ.}$$

$$\text{ημ}2\alpha = 2\text{ημασυνα} \qquad \text{κ.λπ.}$$

Στις Οδηγίες του κεφαλαίου 4 (Πολυώνυμα – Πολυωνυμικές Εξισώσεις) για την υποπαράγραφο «Υπολογισμός ρίζας με προσέγγιση» αναφέρεται ότι ο προσδιορισμός ρίζας με προσέγγιση είναι ένα χρήσιμο αριθμητικό εργαλείο που μπορεί να συνδεθεί με τον τρόπο που θα μπορούσε να προσδιορίσει κανείς μη ακέραια ρίζα αν είχε στη διάθεσή του κάποια υπολογιστική μηχανή. Κυρίως όμως, αυτή η μέθοδος, επειδή στηρίζεται στη γεωμετρική ερμηνεία του Θ. Bolzano, υποστηρίζει την συναρτησιακή προσέγγιση και την οπτικοποίηση των σχετιζόμενων εννοιών.

Στο κεφάλαιο 5 (Εκθετική και Λογαριθμική Συνάρτηση) δεν θα διδαχθεί η απόδειξη του τύπου αλλαγής βάσης λογαρίθμων

Θα διδαχθούν μόνο οι λογαριθμικές συναρτήσεις με βάση το 10 και το e

Από την Ευκλείδεια Γεωμετρία της Β΄ Λυκείου δεν θα διδαχθούν:

Στο κεφάλαιο 7 (Αναλογίες) οι ενότητες:

7.2 (Διαίρεση ευθύγραμμου τμήματος σε ν ίσα μέρη)

7.3 (Γινόμενο ευθύγραμμου τμήματος με αριθμό – Λόγος ευθύγραμμων τμημάτων)

7.9 (Απολλώνιος κύκλος)

και οι αποδείξεις των επόμενων προτάσεων:

- **Το σημείο Μ που διαιρεί εσωτερικά ένα ευθύγραμμο τμήμα σε λόγο λ είναι μοναδικό**
- **Διερεύνηση της θέσης του Μ για τις διάφορες τιμές του λόγου λ**
- **Τα θεωρήματα και το πόρισμα της ενότητας 7.7 (Θεώρημα Θαλή)**
- **Οι ορισμοί «συζυγή αρμονικά σημεία» και «αρμονική τετράδα»**
- **Τα θεωρήματα της ενότητας 7.8 (Θεωρήματα των διχοτόμων τριγώνου)**
- **Υπολογισμός των ευθύγραμμων τμημάτων στα οποία η διχοτόμος – εσωτερική ή εξωτερική – διαιρεί την απέναντι πλευρά**

Στο κεφάλαιο 9 (Μετρικές σχέσεις) δεν θα διδαχθούν οι ενότητες:

- **9.5 (Θεωρήματα Διαμέσων)**
- **9.6 (Βασικοί γεωμετρικοί τόποι)**
- **9.7 (Τέμνουσες κύκλου)**

και η εφαρμογή 2 της 9.4: $\upsilon_\alpha = \frac{2}{\alpha}\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$

Στο κεφάλαιο 10 (Εμβαδά) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

- 10.6 (Μετασχηματισμός πολυγώνου σε ισοδύναμό του)

οι αποδείξεις των τύπων: $E=\sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)}$, $E=\frac{\alpha\beta\gamma}{R}$

και η απόδειξη της πρότασης:

- Ο λόγος των εμβαδών δύο όμοιων πολυγώνων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητητάς τους

Στο κεφάλαιο 11 (Μέτρηση Κύκλου) δεν θα διδαχθεί η ενότητα:

- 11.8 (Τετραγωνισμός κύκλου)

και οι αποδείξεις των προτάσεων:

- Κάθε κανονικό πολύγωνο εγγράφεται σε έναν κύκλο και περιγράφεται σε έναν άλλον. Οι δύο αυτοί κύκλοι είναι ομόκεντροι
- Σχέσεις πλευράς, αποστήματος , ακτίνας, κεντρικής γωνίας, περιμέτρου και εμβαδού κανονικού ν-γώνου

- **Σε δύο κανονικά ν-γωνα ο λόγος των πλευρών τους ισούται με το λόγο των ακτίνων τους και το λόγο των αποστημάτων τους**

και οι εφαρμογές της ενότητας 11.3 (Εγγραφή βασικών κανονικών πολυγώνων σε κύκλο):

- **2. Εγγραφή κανονικού οκταγώνου**
- **3. Τύπος του Αρχιμήδη**

Στο κεφάλαιο 12 (Ευθείες και επίπεδα στο χώρο) δεν θα διδαχθούν οι ενότητες:

- **12.7 (Δίεδρη γωνία – Αντίστοιχή επίπεδη μιας δίεδρης – Κάθετα επίπεδα)**
- **12.8 Προβολή σημείου και ευθείας σε επίπεδο – Γωνία ευθείας και επιπέδου**

Βασικές αλλαγές στην ύλη Προσανατολισμού Β΄ Λυκείου

Στο κεφάλαιο 1 (Διανύσματα) δεν θα διδαχθούν:

Από την ενότητα 1.3 (Πολλαπλασιασμός Αριθμού με Διάνυσμα):

- **Η εφαρμογή 1 (Διανυσματική εξίσωση βαρυκέντρου)**
- **Η εφαρμογή 2 (Ιδιότητα τετραέδρου)**

Από την ενότητα 1.4 (Συντεταγμένες στο Επίπεδο):

- **Η απόδειξη της υποπαραγράφου «Συντεταγμένες Διανύσματος»**
- **Η εφαρμογή 2 (Συντεταγμένες βαρυκέντρου)**
- **Η απόδειξη της υποπαραγράφου «Συνθήκη παραλληλίας διανυσμάτων»**

Από την ενότητα 1.5 (Εσωτερικό Γινόμενο Διανυσμάτων):

- **Η απόδειξη του τύπου $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=x_1x_2+y_1y_2$**
- **Η υποπαράγραφος «Προβολή Διανύσματος σε Διάνυσμα»**

Στο κεφάλαιο 2 (Η Ευθεία στο Επίπεδο) δεν θα διδαχθούν:

Από την ενότητα 2.2 (Γενική Μορφή Εξίσωσης Ευθείας):

- **Η εφαρμογή 2 (Γεωμετρικός τόπος βαρυκέντρου)**

Από την ενότητα 2.3 (Εμβαδόν Τριγώνου):

- **Η απόδειξη του τύπου της απόστασης σημείου από ευθεία**
- **Η απόδειξη του τύπου του εμβαδού τριγώνου**
- **Η εφαρμογή 1 (Απόσταση παράλληλων ευθειών)**

Στο κεφάλαιο 3 (Κωνικές Τομές) δεν θα διδαχθούν:

Από την ενότητα 3.1 (Ο κύκλος):

- **Η υποπαράγραφος «Παραμετρικές Εξισώσεις Κύκλου»**

Από την ενότητα 3.2 (Η Παραβολή):

- **Η απόδειξη της εξίσωσης της παραβολής**
- **Η απόδειξη της εξίσωσης της εφαπτομένης παραβολής**
- **Η εφαρμογή 1 (Πολική σημείου ως προς παραβολή)**

Από την ενότητα 3.3 (Η Έλλειψη):

- **Η απόδειξη της εξίσωσης της υπερβολής**
- **Η υποπαράγραφος «Παραμετρικές εξισώσεις έλλειψης»**
- **Η απόδειξη της εξίσωσης της εφαπτομένης έλλειψης**

Οι εφαρμογές 1 και 2

Από την ενότητα 3.4 (Η Υπερβολή):

- **Η απόδειξη της εξίσωσης της υπερβολής**
- **Η απόδειξη των εξισώσεων των ασυμπτώτων**
- **Η απόδειξη της εξίσωσης της εφαπτομένης υπερβολής**

Από την ενότητα 3.5 (Η Εξίσωση $Ax^2 + By^2 + \Gamma x + \Delta y + E = 0$) θα διδαχθεί μόνο η υποπαράγραφος «Σχετική θέση ευθείας και κωνικής»

Δεν θα διδαχθούν ασκήσεις Β΄ Ομάδας καθώς και Γενικές Ασκήσεις που αναφέρονται στην Έλλειψη, Παραβολή και Υπερβολή

Μερικές πρακτικές οδηγίες

- **Να ενημερωθούν τα σχολικά βιβλία με όλες τις περικοπές της ύλης**
- **Να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στον καθορισμό της εξεταστέας ύλης και την επιλογή των θεμάτων των ωριαίων ανακεφαλαιωτικών διαγωνισμάτων**
- **Υπάρχει πλούσιο εκπαιδευτικό υλικό στο διαδίκτυο:**

Στην αρχική σελίδα του επίσημου ιστότοπου του ΥΠ.Π.Ε.Θ.

www.minedu.gov.gr

και κάτω από τις ειδήσεις, στο μεγάλο κινούμενο banner, επιλέγουμε τον τίτλο: «Αλλαγές στη Διδακτέα Ύλη και τη Λειτουργία του Σχολείου» ή

Από το μενού της αρχικής σελίδας επιλέγουμε «Εκπαίδευση» και στη συνέχεια, από τη λίστα που εμφανίζεται, επιλέγουμε: «Αλλαγές στη Διδακτέα Ύλη και τη Λειτουργία του Σχολείου»

Επίσης στον επίσημο ιστότοπο του Ι.Ε.Π. http://iep.edu.gr/index.php/el/